$\Phi(p1, p2, p3, p4, p5, p6, p7, p8) := 0$

или

$\Phi(m, \omega, p0, S, A, h1, h2, t) := 0$

$m := 8$

p1,p2,...,p8 - параметры системы

Выбираем три независимые единицы измерений
L - линейный размер M - масса T - время

В качестве базисных параметров примем p1, p2, p3.

Определим размерность каждого базисного параметра:

$p1 := [M]^{1} \cdot [L]^{0} \cdot [T]^{0}$

$p2 := [M]^{0} \cdot [L]^{0} \cdot [T]^{-1}$

$p3 := [M]^{1} \cdot [L]^{1} \cdot [T]^{-2}$

Остальные пять параметров уравнения принимают вид:

$p4 := [M]^{0} \cdot [L]^{1} \cdot [T]^{0}$

$p5 := [M]^{0} \cdot [L]^{0} \cdot [T]^{-1}$

$p6 := [M]^{0} \cdot [L]^{1} \cdot [T]^{0}$

$p7 := [M]^{0} \cdot [L]^{1} \cdot [T]^{0}$

$p8 := [M]^{0} \cdot [L]^{0} \cdot [T]^{-1}$

Проверим правильность сделанного выбора по числу независимых параметров.

Составим матрицу размерностей.

$$D := \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

$$D_1 := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix} \qquad |D_1| = 1$$

$$D := a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} + a_{12} \cdot a_{23} \cdot a_{31} + a_{13} \cdot a_{21} \cdot a_{32} - a_{13} \cdot a_{22} \cdot a_{31} - a_{11} \cdot a_{23} \cdot a_{32} - a_{12} \cdot a_{21} \cdot a_{33}$$

$D_1 \neq 0$

Следовательно значение базисных параметров выбрано правильно и величины действительно независимы.

Составим выражения для оставшихся n =m-k критериев подобия

$$\pi_4 := \frac{[S]}{[m]^{\alpha_S} \cdot [\omega]^{\beta_S} \cdot [p0]^{\gamma_S}}$$

$$\pi_5 := \frac{[A]}{[m]^{\alpha_{h1}} \cdot [\omega]^{\beta_{h1}} \cdot [p0]^{\gamma_{h1}}}$$

$$\pi_6 := \frac{[h1]}{[m]^{\alpha_{h2}} \cdot [\omega]^{\beta_{h2}} \cdot [p0]^{\gamma_{h2}}}$$

$$\pi_7 := \frac{[h2]}{[m]^{\alpha_A} \cdot [\omega]^{\beta_A} \cdot [p0]^{\gamma_A}}$$

$$\pi_8 := \frac{[t]}{[m]^{\alpha_t} \cdot [\omega]^{\beta_t} \cdot [p0]^{\gamma_t}}$$

Найдем определитель матрицы D2 - для параметров p4 - p7.

$$\alpha_4{}^{\alpha} - \frac{D_4{}^{\alpha}}{D_1} \qquad \textit{итд}$$

α $\qquad$ β $\qquad$ γ

$$D_{41} := \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix} \quad -1 \qquad D_{42} := \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix} \quad -2 \qquad D_{43} := \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad 1$$

$$D_{51} := \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix} \qquad D_{52} := \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix} \qquad D_{53} := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$D_{61} := \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix} \qquad D_{62} := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix} \qquad D_{63} := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D_{71} := \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix} \qquad D_{72} := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix} \qquad D_{73} := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D_{81} := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix} \qquad D_{82} := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix} \qquad D_{83} := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Численные значения показателей следующие:

$\left|D_{41}\right| = -1$ $\quad \left|D_{42}\right| = -2$ $\quad \left|D_{43}\right| = 0$

$\left|D_{51}\right| = 0$ $\quad \left|D_{52}\right| = -1$ $\quad \left|D_{53}\right| = 0$

$\left|D_{61}\right| = -1$ $\quad \left|D_{62}\right| = -2$ $\quad \left|D_{63}\right| = 1$

$\left|D_{71}\right| = -1$ $\quad \left|D_{72}\right| = -2$ $\quad \left|D_{73}\right| = 1$

$\left|D_{81}\right| = 1$ $\quad \left|D_{82}\right| = 1$ $\quad \left|D_{83}\right| = 0$

$$\alpha_4 := \frac{\left|D_{41}\right|}{1} = -1 \qquad \beta_4 := \frac{\left|D_{42}\right|}{1} = -2 \qquad \gamma_4 := \frac{\left|D_{43}\right|}{1} = 0$$

$$\alpha_5 := \frac{\left|D_{51}\right|}{1} = 0 \qquad \beta_4 := \frac{\left|D_{52}\right|}{1} = -1 \qquad \gamma_5 := \frac{\left|D_{53}\right|}{1} = 0$$

$$\alpha_6 := \frac{\left|D_{61}\right|}{1} = -1 \qquad \beta_6 := \frac{\left|D_{62}\right|}{1} = -2 \qquad \gamma_6 := \frac{\left|D_{63}\right|}{1} = 1$$

$$\alpha_7 := \frac{\left|D_{71}\right|}{1} = -1 \qquad \beta_7 := \frac{\left|D_{72}\right|}{1} = -2 \qquad \gamma_4 := \frac{\left|D_{73}\right|}{1} = 1$$

$$\alpha_8 := \frac{\left|D_{81}\right|}{1} = 1 \qquad \beta_8 := \frac{\left|D_{82}\right|}{1} = 1 \qquad \gamma_8 := \frac{\left|D_{83}\right|}{1} = 0$$

Используя значения показателей и данные уравнения получим окончательные значения критериев:

$$\pi_4 := \frac{[S]}{[m]^{-1} \cdot [\omega]^{-2} \cdot [p0]^{0}} \qquad \pi_5 := \frac{[A]}{[m]^{0} \cdot [\omega]^{-1} \cdot [p0]^{0}} \qquad \pi_7 := \frac{[h2]}{[m]^{-1} \cdot [\omega]^{-2} \cdot [p0]^{1}}$$

$$\pi_6 := \frac{[h1]}{[m]^{-1} \cdot [\omega]^{-2} \cdot [p0]^{1}} \qquad \pi_8 := \frac{[t]}{[m]^{1} \cdot [\omega]^{1} \cdot [p0]^{0}}$$

Согласно второй теореме подобия уравнение, описывающее трение на машине трения под действием нагрузки представляется функциональной зависимостью из критериев подобия:

$$\Phi\left(\pi_4, \pi_5, \pi_6, \pi_7, \pi_8\right)$$

или

$$\Phi\left(S \cdot m \cdot \omega^2, A \cdot \omega, h1 \cdot \omega^2 \cdot \frac{m}{p0}, h2 \cdot \omega^2 \cdot \frac{m}{p0}, \frac{t}{m \cdot \omega}\right)$$